PROBLEMAS EBAU EXTREMADURA: MATRICES (2017-2020)

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

MARÍA TERESA BATALLA CALVÍN
Academia Biblos

Índice

1 MATRICES

1.1 Junio 2017

Sean A y B las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Hallar las matrices inversas de A y de B

b) Comprobar que $(A\cdot B)^{-1} = B^{-1}\cdot A^{-1}$

c) Hallar la matriz X que verifique A·X=B

solución

1.2 Julio 2017

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

a) Determinar si existen las matrices inversas de A y B. En caso afirmativo, calcularlas.

b) Resolver la ecuación matricial A·X+B=I

solución

1.3 Junio 2018

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hallar la matriz X que verifique A·X - B= B·X + A

solución

1.4 Julio 2018

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determina la matriz X solución de la ecuación matricial $A \cdot X + A^2 = 2A$

b) Hallar la matriz inversa de A

solución

1.5 Junio 2019

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar para qué valor del parámetro x no existe $(A \cdot B)^{-1}$

b) Hallar la matriz inversa de $A \cdot B$ para $x=1$

solución

1.6 Julio 2019

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halla el valor de b para el que no existe la matriz inversa de A

b) Para $b=1$, hallar la matriz X que verifique que $A \cdot X = A^3 - I$

solución

1.7 Junio 2020

1.7.1 Problema 1

Sean A y B las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar justificando la respuesta, las matrices X e Y que sean solución del sistema de ecuaciones matriciales siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} -2X + Y = A + B \\ 5X + Y = A - 2B \end{array}\right\}$$

solución

1.7.2 Problema 2

Sea A la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$$

Hallar, justificando la respuesta, el valor de x para el que se verifica $A^t = A^{-1}$, donde A^t es la matriz traspuesta de A y A^{-1} es la matriz inversa de A

solución

2 SOLUCIONES

2.1 Matrices

2.1.1 Matrices Junio 2017

a) Calculamos la inversa usando la fórmula:

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Adj^t$

Comprobamos que $|A|$ y $|B|$ sean distintos de 0.

$$|A| = 1\ y\ |B| = -1$$

A→ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjunta\ traspuesta} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

B→ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjunta\ traspuesta} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

b) A·B=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 11 & -8 \end{pmatrix}$

$(A\cdot B)^{-1}$→ $\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 11 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} -8 & 11 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix} -8 & -11 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{adj^t} \begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -11 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$

$B^{-1}\cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$

Por tanto, se verifica que $(A\cdot B)^{-1}= B^{-1}\cdot A^{-1}$

c) Como tenemos ya la inversa de A calculada, lo mejor es despejar la matriz X.

$A\cdot X=B \rightarrow A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot B \rightarrow X = A^{-1}\cdot B$

$$X=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$$

Volver

2.1.2 Matrices Julio 2017

a) Para determinar si existen inversas de A y de B hemos de verificar el que determinante sea distinto de 0.

$$|A|=\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}=-1$$

$$|B|=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix}=0$$

Por tanto, podemos calcular la inversa de A pero no la de B:

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Adj^t$$

$$A\rightarrow\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{menores}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -5 \end{pmatrix}\xrightarrow{adj}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}\xrightarrow{adj^t}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}\xrightarrow{inv.}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

b) A· X+B = I → A^{-1}· A· X= A^{-1}· (I – B) → X= A^{-1}· (I – B)

I-B = $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$-$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\3 & 0 & 1\\4 & -1 & 3\end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\3 & 1 & -1\\-4 & 1 & -2\end{pmatrix}$

X= A^{-1}· (I – B) = $\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 1 & -2\\1 & -2 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\3 & 1 & -1\\-4 & 1 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4 & 1 & -2\\5 & -1 & 3\\-14 & 4 & -10\end{pmatrix}$

Volver

2.1.3 Matrices Junio 2018

Muchos preferís hacer el problema haciendo sistemas de ecuaciones. Personalmente, prefiero la opción de despejar la matriz, pero vamos a resolverlo por ambos caminos:

A·X-B= B·X+A

X=$\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 1\end{pmatrix}$$

(Truco para evitar colapsos de ecuaciones: hacer fila1*columna 1 y fila2*columna 1 y luego fila1*columna 2 y fila2*columna 2)

$$\left.\begin{array}{l}2a + 1c - 1 = a + 2c + 2\\-1a + 1c - 2 = 2a + c - 1\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}a - 1c = 3\\-3a = 1\end{array}\right\} \quad \begin{array}{l}a = -1/3\\c = -10/3\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}2b + 1d - 2 = b + 2d + 1\\ \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}b - 1d = 3\\ \end{array}\right\} \quad b = -2/3$$

-1b + 1d -1 =2b + d +1 -3b =2 d=-11/3

X=$\begin{pmatrix} \frac{-1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-10}{3} & \frac{-11}{3} \end{pmatrix}$

Por el método de la matriz inversa.

A·X-B= B·X+A → A·X- B·X = A + B → (A-B) · X= (A+B) → $(A-B)^{-1}$ · (A-B) · X= $(A-B)^{-1}$ · (A+B)→ X= $(A-B)^{-1}$ · (A+B)

A-B= $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow |A-B| = -3$

$(A-B)^{-1}$=$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adj^t} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \frac{1}{-3}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

A+B= $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

X= $(A-B)^{-1}$ · (A+B) = $\frac{1}{-3}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{-3}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 10 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-10}{3} & \frac{-11}{3} \end{pmatrix}$

Volver

2.1.4 Matrices Julio 2018

a) Despejamos la matriz X (aquí hacerlo por ecuaciones es mucho más laborioso, aún así, es posible hacerlo si vas haciendo fila1*columna1, fila2*columna1, fila3*columna1 y resuelves el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, luego lo mismo con la columna 2 y con la columna 3).

$A\cdot X+A^2=2A \rightarrow A\cdot X = 2A - A^2 \rightarrow A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1} \cdot (2A - A^2) \rightarrow X = A^{-1} \cdot (2A - A^2)$

Calculamos la inversa de A mediante la fórmula:

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Adj^t$$

$$|A|=-2$$

$$A\rightarrow\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}\xrightarrow{menores}\begin{pmatrix}-2 & -4 & 2\\ 0 & 0 & 1\\ -2 & -2 & 1\end{pmatrix}\xrightarrow{adj}\begin{pmatrix}-2 & 4 & 2\\ 0 & 0 & -1\\ -2 & 2 & 1\end{pmatrix}\xrightarrow{adj^t}\begin{pmatrix}-2 & 0 & -2\\ 4 & 0 & 2\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}\xrightarrow{inv.}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -2 & 0 & -1\\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2}\end{pmatrix}$$

$$2A-A^2\rightarrow\begin{pmatrix}-2 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 4\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 4\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 4 & 3 & -2\\ -2 & -3 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & -4 & 2\\ -4 & -5 & 6\\ 6 & 5 & -2\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}\cdot(2A-A^2)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -2 & 0 & -1\\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & -4 & 2\\ -4 & -5 & 6\\ 6 & 5 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 0 & 3 & -2\\ -2 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 0 & 3 & -2\\ -2 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

Volver

2.1.5 Matrices Junio 2019

a) Para determinar para qué valores de x no existe $(A\cdot B)^{-1}$ bastará con ver qué valores de x anulan el determinante $|A\cdot B|$

$$A_{2x3}\cdot B_{3x2}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ x & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+2x & 3\\ -x & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}-1+2x & 3\\ -x & 1\end{vmatrix}=-1+2x+3x=5x-1\rightarrow 5x-1=0\rightarrow x=\frac{1}{5}$$

A·B no tendrá inversa si:

$$x=\frac{1}{5}$$

b) Calcular la matriz inversa de A·B para x=1

A·B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$|A \cdot B| = 4$$

(A · B)$^{-1}$ → $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adj^t} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(A · B)$^{-1}$ = $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

Volver

2.1.6 Matrices Julio 2019

a) Para ver para qué valor de b no existe inversa, hemos de ver qué valor anula el determinante de A

$$|A| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (3+0+0) - (2b+0+0) = 3 - 2b \rightarrow 3 - 2b = 0 \rightarrow b = 3/2$$

La matriz A no tendrá inversa si b = 3/2

b) Para b=1 hallar la matriz X que verifique $A \cdot X = A^3 - I$

Despejamos la ecuación:

$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (A^3 - I) \rightarrow X = A^{-1} \cdot (A^3 - I)$

$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 11 \end{pmatrix}$

$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 15 \\ 0 & 1 & 0 \\ 30 & 20 & 41 \end{pmatrix}$

$$A^3 - I = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 15 \\ 0 & 1 & 0 \\ 30 & 20 & 41 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 15 \\ 0 & 0 & 0 \\ 30 & 20 & 40 \end{pmatrix}$$

Calculamos la inversa de A :

$$|A| = 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 6 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adj} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -6 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{adj^t} \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & - & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{inv.} \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 10 & 15 \\ 0 & 0 & 0 \\ 30 & 20 & 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Nota: Hay un camino más corto de resolver este ejercicio, si pensamos así :

$X = A^{-1} \cdot (A^3 - I) \rightarrow X = A^{-1} \cdot A^3 - A^{-1} \cdot I = A^{-1} \cdot A \cdot A^2 - A^{-1} = A^2 - A^{-1}$

Recordemos que $A^{-1} \cdot A = I$ y que la identidad es el elemento neutro de la multiplicación.

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Volver

2.1.7 Matrices Junio 2020 - Problema 1

(Ver vídeo)

$$\left.\begin{array}{l} -2X + Y = A + B \\ 5X + Y = A - 2B \end{array}\right\}$$

Aplicamos el método de reducción para reducir la Y (E_1-E_2)

-7X = 3B → X = $\frac{-1}{7}(3B)$

X= $\frac{-1}{7}\begin{pmatrix}-3 & 3\\ 0 & -3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{3}{7} & \frac{-3}{7}\\ 0 & \frac{3}{7}\end{pmatrix}$

Personalmente, aunque ya podríamos hacer sustitución, prefiero hacer reducción para reducir la X pues si hemos cometido un error en la X lo vamos a arrastrar para la Y.

$5E_1+2E_2$

7Y= 7A+B → Y= $\frac{1}{7}(7A+B) = \frac{1}{7}\left(\begin{pmatrix}7 & 35\\ 0 & -21\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{7}\begin{pmatrix}6 & 36\\ 0 & -22\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{6}{7} & \frac{36}{7}\\ 0 & \frac{-22}{7}\end{pmatrix}$

X= $\begin{pmatrix}\frac{3}{7} & \frac{-3}{7}\\ 0 & \frac{3}{7}\end{pmatrix}$ Y= $\begin{pmatrix}\frac{6}{7} & \frac{36}{7}\\ 0 & \frac{-22}{7}\end{pmatrix}$

Volver

2.1.8 Matrices Junio 2020 – Problema 2

(Ver vídeo)

Para resolver este problema comenzaremos haciendo la matriz inversa de A

$$|A| = x^2 + 1$$

A→$\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & x\end{pmatrix} \xrightarrow{menores} \begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix} \xrightarrow{adjuntos} \begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & x\end{pmatrix} \xrightarrow{adj^t} \begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix} \xrightarrow{inversa} \frac{1}{x^2+1}\begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix}$

Queremos que se verifique:

$A^t=A^{-1}$

$\begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{x}{x^2+1} & \frac{-1}{x^2+1}\\ \frac{1}{x^2+1} & \frac{x}{x^2+1}\end{pmatrix}$ → Igualando ($a_{11}=a_{11}$) obtenemos: x = $\frac{x}{x^2+1}$ → $x^3+x=x$ →x=0

Comprobamos que para ese valor se verifica el resto de los términos.

a_{12}: -1 = -1

a_{21}: 1 = 1

a_{22}: 0=0

El valor buscado, por tanto, es x=0 Volver